

Cortina

Il Bimbo aveva capito. Si era anche incuriosito. Aveva fatto delle scoperte e una invenzione: la gomma fantastica che si tira e si stira e non si rompe mai a meno che uno non lo voglia.

NELLA BOTTEGA DI BERNARDO, IL FORNAIO

Ovvero: la topologia delle ciambelle

di Letterio Gatto

85

L'estate sonnolenta stava volgendo al termine e nei mutati profumi dell'aria si potevano già cogliere le prime avvisaglie di un autunno ormai alle porte. Il paese cominciava a rimosimentarsi: chi appena tornato dalle località di villeggiatura o chi rimasto a godersi la placida tranquillità delle vie semideserte e assolate, tutti avevano ricominciato a vivere secondo il ritmo scandito dalle sveglie mattutine, dalle sirene delle fabbriche o dai campanelli delle scuole. Anche il Bimbo avvertiva nell'aria, dai profumi e dai suoni e dai colori della natura che si stava assopendo, il mutamento della stagione. Strana stagione l'autunno: un po' mesta e un po' allegra. Mesta per l'imbrunire della natura, ma allegra perchè tutti i propri amici ritornano alle atti-

con un'aria molto simpatica, due mustacchi bianchi e ritti come le vibrisse di un felino e un paio d'occhi che parevano aver smarrito lo sguardo in chissà quale impossibile fantasia. "Ciao, Bimbo. Ti rivedo con piacere. Dove sei stato quest'estate?". "Oh, in nessun posto in particolare. Un po' al mare, un po' ai monti. Sempre a giocare comunque. E tu?".

"Oh, io ..." si schermì il vecchietto, "sono rimasto qui in paese. Non sono andato da nessuna parte. Ma mi sono divertito lo stesso....".

"Ah, sì?" chiese candidamente il Bimbo, "e cos'hai fatto di tanto divertente?".

"Ho infornato parecchie belle *ciambelle*. Sai, mi diverto tanto a fare le ciambelle ...". Eh, sì. Bernardo era davvero un po' suonato ... cosa ci sarà, si chiedeva il Bimbo, di così divertente nell'infornare del pane a forma di ruota?

"Alcune", continuò il vecchio fornaio, "sono venute così bene che le ho conservate per potertele mostrare quando saresti tornato dalle vacanze. Vieni, vieni, che ti faccio vedere".

Il Bimbo seguì Bernardo docilmente anche se non riusciva ad immaginare che emozione potesse serbargli la vista di ciambelle.

"Eccole, le mie ciambelle", disse il Fornaio con orgoglio, quando introdusse il Bimbo nell'angolo di laboratorio dove le custodiva. Il Bimbo fu sorpreso. Infatti pensava di vedere una collezione di ciambelle convenzionali, tutte con un buco solo. E invece c'erano anche ciambelle con due, tre, quattro buchi. "Ma Bernardo ... alcune non sono ciambelle. Alcune hanno più di un buco. E questa poi ... non ne ha neppure uno", e gli mostrò un panino che somigliava ad un uovo pasquale.

"Diciamo che sono ciambelle di diverso genere".

"Di diverso genere?".

continua a pagina 86



Maurizio Zardini
e il fornaio

vità quotidiane e si gioisce nel salutarli di nuovo, nel chiedere loro come hanno trascorso le vacanze, nel farsi raccontare i giochi d'estate. E al Bimbo, davvero, piaceva moltissimo giocare. In uno di quei giorni, dopo una passeggiata che si era protratta fino a verso l'ora di pranzo, il Bimbo si sentì attratto dai profumi che provenivano dalla bottega di Bernardo, il fornaio. "Ciao, Bernardo!", gli gridò gioiosamente. Bernardo era un ometto magrolino,

"Eh sì, rispose convinto il fornaio, non mi vorrai mica dire che questo panino con un buco solo è dello stesso genere di questo che, invece, ne ha due o di quello che tu hai in mano che, invece, non ne ha neppure uno ...?"

"Ma questo che ho io non è una ciambella ... non ha neppure un buco ..."

"Appunto, ti dico, è una ciambella di genere diverso, che non ha neanche un buco. Facciamo così: diciamo che un panino è una ciambella se ha qualche buco, d'accordo?"

"E sia, disse il Bimbo, ma questo non ne ha nessuno". "Già: ha zero buchi. E' una ciambella di genere zero, perchè ha zero buchi. E questa che ho in mano è una ciambella di genere uno perchè buco ne ha uno solo".

"Ma allora", disse il Bimbo, "quella è una ciambella di genere quattro, perchè ha quattro buchi ..."

"Bravo", ridacchiò Bernardo, "vedo che hai capito il gioco".

"Sì", Bernardo, ho capito che il 'genere' di una ciambella è il numero dei suoi buchi. Ma non ho capito cosa trovi di tanto interessante o divertente in tutto ciò".

Bernardo non rispose a tono, ma incalzò: "guarda queste due ciambelle: quanti buchi hanno ciascuna?". "Sono due ciambelle di genere uno", osservò il Bimbo, ma una ha la forma più allungata dell'altra".

"Già: eppure sono state fatte entrambe col medesimo stampo. Solo che questa, che ha la forma un po' più allungata, una volta estratta dallo stampo, è stata stiracchiata, badando a non romperla".

"Quindi", riprese il Bimbo, "tutte le ciambelle di genere uno che vedo sono state fatte col medesimo stampo!"

"Sì", disse Bernardo, "sono tutte omeomorfe".

"Omeo ... che?"

Il vecchio fornaio ridacchiò divertito: "Omeomorfe: intendo dire che per ciascuna di esse ho usato il medesimo stampo e poi qualcuna l'ho stiracchiata in modo continuo, cioè senza romperla, e qualcuna no. In pratica, ognuna può essere ottenuta da

ciascun'altra semplicemente tirando la pasta".

"Ma Bernardo, allora tutte le ciambelle di pane di genere uno sono omeomorfe ..."

Il vecchietto annuì soddisfatto e domandò: "E allora considera un grande salvagente e questa piccola ciambella di genere uno: sono

non fosse stato ingenuo e schietto come un bimbo, non avrebbe saputo rispondere a Bernardo. Al contrario, prese l'iniziativa: "Bernardo, le proprietà delle ciambelle di cui mi stai parlando non dipendono dal fatto che esse siano fatte di pasta per il pane, o di legno o di qualunque altro materiale. Quel che conta è solo la forma. Io potrei immaginare di realizzare tutte queste ciambelle di diverso genere con una gomma magica che si può modellare, tirare e stirare a piacere senza romperla a meno che tu non lo voglia. Ecco, sì. Se questa piccola ciambella fosse fatta di quella gomma speciale, io potrei senza dubbio deformarla fino a farla diventare grande come il salvagente". E, ancora, gli venne in mente una similitudine: "E' come se tu avessi un palloncino sgonfio a forma di ciambella che si può immaginare di gonfiare a piacere, ottenendo ciambelle sempre più grandi, sempre più grandi e, quindi tutte om ..., omemor ...".

"Omeomorfe!", giunse Bernardo in soccorso.

"Va bene, sì, credo di aver capito", disse scrollando il capo il Bimbo, "ma toglimi la curiosità: dove tieni gli stampi per fare le ciambelle di genere due, tre, quattro ...?"

"O, ma non ho mica tutti quegli stampi. Semplicemente mi servo della somma connessa ...".

"La somma connessa?"

"Sì, guarda". Prese due ciambelle di pane già lievitate ma non ancora infornate, e su ciascuna appiattì una porzione della propria superficie. "Ecco, vedi? Adesso le incollo, così ... ed ecco la ciambella di genere due".

"In pratica", osservò il Bimbo, "ne prendi due e le attacchi l'una all'altra". "Esattamente", annuì il vegliardo. "E adesso prova a rispondere a queste domande: la somma connessa di una ciambella di genere due e una ciambella di genere trè a cosa è omeomorfa?". "Ad una ciambella con cinque buchi, di genere cinque, volevo dire".

"E la somma connessa di una ciambella di genere uno con una ciambella di genere zero?"

"Ancora una ciambella di genere



omeomorfi?". E il Bimbo pronto: "sì, perchè se fossero fatti entrambi di pasta per il pane ...".

"Già, ma credi di poter riuscire a deformare, senza romperla, la poca pasta di cui è fatta questa piccola ciambella fino a farla diventare grande quanto il salvagente?". Il Bimbo rifletté un poco: se

uno, perchè la ciambella di genere zero non ha buchi".

Il Bimbo aveva capito. E si era anche incuriosito. Aveva fatto delle scoperte (alcune proprietà topologiche delle ciambelle) e un'invenzione: la gomma fantastica che si tira e si stira e non si rompe mai a meno che uno non lo voglia. Però richiese a Bernardo: "Ma perchè ti diverti tanto a giocare con le ciambelle?".

"Sai", disse Bernardo, "tanto tempo fa è vissuto un signore che di cognome si chiamava Riemann, ma di nome Bernardo come me, e anche lui studiava le ciambelle. Lui di mestiere faceva il matematico e, oggi, non direbbe più ciambella (non lo diceva neppure allora), ma *superficie topologica compatta*. Certo è che, dopo di lui, molti hanno preso l'abitudine di chiamare le *superficie topologiche compatte* anche *superficie di Riemann compatte*".

"Calma, calma, Bernardo. *Superficie topologiche? Compatte? Superficie di Riemann?* Che stai dicendo?".

"Vedi, le mie ciambelle di pane sono delle *superficie*, e su questo sarai d'accordo, e poi sono *topologiche* nel senso che due tali superficie le chiamiamo con lo stesso nome se hanno lo stesso genere, ossia se l'una può essere deformata nell'altra. Inoltre sono *compatte* perchè riesci sempre a costruire una scatola di cartone abbastanza grande per contenere ciascuna di esse. Ma poi Riemann scoprì un'altra cosa: che se tu prendi due ciambelle *omeomorfe* esse possono essere differenti da un altro punto di vista più raffinato, che i matematici chiamano *struttura complessa*". "E cos'è una struttura complessa?". "Ah, caro Bimbo. Non lo so proprio. Ma mi diverte pensare che ogni volta che faccio due ciambelle dello stesso genere, per esempio con un solo buco, esse potrebbero avere, con buona probabilità, due strutture complesse diverse. E così anch'io nel mio laboratorio di fornaio mi illudo di fare ciò che faceva Bernardo Riemann quando andava a caccia di

tutte le possibili strutture complesse distinte su una medesima superficie topologica".

Certo, Bernardo era davvero un po' suonato, però il Bimbo, in fondo, s'era divertito. La visita dal fornaio gli aveva dischiuso un primo piccolissimo fazzoletto di terra del meraviglioso mondo della *topologia*, che classifica gli oggetti in base alla loro forma, ma che considera *due forme equivalenti se possono essere deformate in modo continuo l'una nell'altra*.

Sulla via di casa, il Bimbo guardò il cielo e vi scorse una nuvoletta che andava gonfiandosi per via delle variazioni di pressione atmosferica. Gli parve di intuire che la Natura stessa offre, tutti i giorni, esempi di omeomorfismi. Riflettè per un attimo, con lo sguardo sognante.

"Credo che tornerò ancora nel laboratorio di Bernardo", concluse infine tra sé e sé.

Letterio Gatto

Roberto Fornaro e Raffaella Petris



VIA DELLO STADIO, 27 A/B - TEL. (0436) 867494
32043 CORTINA D'AMPEZZO (BL)